

Rechnen

DVV-Rahmencurriculum

Praxismaterial Stufe 1

Mengen und Zahlen verändern



Inhaltsverzeichnis

3	MENGEN UND ZAHLEN VERÄNDERN (Alina Guther unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer)	
I	Was soll in diesem Themenbereich verstanden bzw. routinisiert werden?	2
II	Welche Verständnisschwierigkeiten treten typischerweise auf?	3
III	An welche Themenbereiche knüpft dieses Unterrichtskonzept direkt an?	4
IV	Wo finden sich didaktische Erläuterungen?	4
V	Welche Materialien werden benötigt?	4
3.1	Addition	5
3.1.1	Kursgespräch Mengenhandlung Addition	5
3.1.2	Partnerübung Mengenhandlung Addition	8
3.2	Subtraktion	12
3.2.1	Kursgespräch Mengenhandlung Subtraktion	13
3.2.2	Partnerübung Mengenhandlung Subtraktion	15

3 MENGEN UND ZAHLEN VERÄNDERN

(Alina Guther unter Mitarbeit von Wolfram Meyerhöfer)

I Was soll in diesem Themenbereich verstanden bzw. routinisiert werden?

Mengen und Zahlen können verändert werden. Dies ist den Teilnehmerinnen und Teilnehmern des Kurses bereits bekannt, denn wir lösen viele Additions- und Subtraktionsaufgaben in unserem Alltag, ohne dass es uns in jedem Moment bewusst ist. Schwierigkeiten mit dem Rechnen entstehen meist dadurch, dass die Mengen- und Zahlenebene nicht (richtig) zusammengedacht werden. Wenn unbekannt ist, dass Gleichungen in Mengenhandlungen übersetzt werden können – und umgekehrt –, wird das Addieren und Subtrahieren häufig nur als ein Hoch- und Runterzählen an einer Zahlenreihe verstanden.

Beispiel:

Die Gleichung $2 + 3 = ?$ beschreibt auf der Mengenebene entweder,

- dass zu einer Zweiermenge eine Dreiermenge hinzugefügt wird oder
- dass eine Zweier- und eine Dreiermenge zusammengeschoben werden oder
- dass eine Zweier- und eine Dreiermenge zusammengedacht werden.

In allen drei Fällen steht die Frage, wie viele es insgesamt sind.

Auch bei der Subtraktion gibt es eine Frage, die durch das Lösen der Aufgabe beantwortet wird: *Wie viele sind übrig?* Wenn im eben genannten Beispiel $2 + 3 = 5$ von der Fünf wieder drei weggenommen werden, bleibt zwingend die Zweiermenge übrig ($5 - 3 = 2$). Sollte hingegen die Dreiermenge weggeschoben oder auch nur weggedacht werden, bleiben zwei übrig ($5 - 3 = 2$).

Beispiele für Mengenhandlungen, die in Gleichungen übersetzt werden können (und umgekehrt):

- Im Obstkorb liegen zwei Bananen, es werden noch drei Bananen dazugelegt. Jetzt sind es zusammen fünf Bananen.
 $2 \text{ Bananen} + 3 \text{ Bananen} = 5 \text{ Bananen}$
- Auf dem Parkplatz stehen fünf rote und drei grüne Autos. Insgesamt stehen acht Autos auf dem Parkplatz.
 $5 \text{ rote Autos} + 3 \text{ grüne Autos} = 8 \text{ Autos}$
- Im Einkaufswagen befinden sich bereits einige Artikel. Dann werden jedoch drei Artikel davon wieder in das Regal gestellt, weil das Geld nicht für alle Artikel reichen würde. Es reicht nur noch für die Butter und das Brot. Wie viele Artikel lagen vorher im Einkaufswagen?
 $5 \text{ Artikel} - 3 \text{ Artikel} = 2 \text{ Artikel}$
- Mary schaut in ihren Geldbeutel. Dort ist nur noch ein Zwei-Euro-Stück. Sie weiß, dass zu Hause noch 8€ auf dem Tisch liegen. Insgesamt hat Mary 10€.
 $2\text{€} + 8\text{€} = 10\text{€}$

Ein weiteres Hindernis im mathematischen Lernen sind Unkenntnis bzw. ein Fehlverständnis der Operationszeichen und des Gleichheitszeichens. Wenn die Teilnehmer/-innen nicht wissen, was Plus-, Minus- und Gleichheitszeichen bedeuten, können sie entsprechende Aufgaben nicht verständlich lösen. Ein großes Problem des heutigen Schulunterrichtes ist, dass Kinder bereits ab dem ersten Schuljahr mit dem Plus-, dem Minus- und dem Gleichheitszeichen konfrontiert werden, aber nur wenigen Kindern wird während ihrer Grundschulzeit erklärt, was diese Symbole genau bedeuten. Erst in der siebten Klasse, beim Umformen von Gleichungen und Termen, kommt dem Gleichheitszeichen gebührende Aufmerksamkeit zu. Nun wird besprochen, dass links und rechts dieses Zeichens gleich viel sein soll und dass es deshalb diesen Namen trägt („ist gleich“).

Ziel der nachfolgenden Stunden ist es, dass sich die Teilnehmer/-innen darin üben, Gleichungen in Mengenhandlungen und umgekehrt Mengenhandlungen in Gleichungen zu übersetzen. Gleichungen sollen für alle Kursteilnehmer/-innen nicht mehr eine bloße Ansammlung mathematischer Symbole darstellen, sondern sie werden diese Zeichen übersetzen und verstehen können.

Anschließend werden die wichtigsten Rechenregeln zur Addition und Subtraktion besprochen. Ziel ist dabei nicht, die Definition von Begriffen oder Rechenregeln auswendig zu wissen, sondern das Erkennen und Bewusstmachen von grundlegenden Gesetzmäßigkeiten.

Weiterhin notwendig ist das Wissen um Gesamt- und Teilmengen bei Addition und Subtraktion. Dieses Wissen wird zu einem späteren Zeitpunkt im Kursverlauf zur Nutzung von Zahlerlegungen und zur Fähigkeit, Gleichungen und Ungleichungen zu lösen, ausgearbeitet. Den Teilnehmerinnen und Teilnehmern sollte jedoch bereits in den folgenden Kapiteln bewusst werden, dass bei der Addition die Summe immer mindestens genauso groß wie oder größer als der größte Summand sein muss. Bei der Addition werden immer mindestens zwei Teilmengen zu einer Gesamtmenge zusammengefasst. Anders bei der Subtraktion. Hier wird aus der Gesamtmenge ein Teil entnommen und der andere Teil der Menge bleibt übrig. Deshalb muss bei der Subtraktion die Gesamtmenge die Menge sein, von der höchstens der gleich hohe Wert entnommen werden kann. Das Wissen um die Zusammenhänge von Gesamt- und Teilmengen hilft nicht nur beim Lösen einfacher Gleichungen, sondern wird die Teilnehmer/-innen gleichzeitig auch in die Lage versetzen, Platzhalteraufgaben zu verstehen und zu lösen.

II Welche Verständnisschwierigkeiten treten typischerweise auf?

In der Regel ist bereits bekannt, dass beim Addieren die Reihenfolge der Summanden unerheblich ist. Dies ist allerdings nicht ganz korrekt. Für das Resultat der Aufgabe $2 + 3 = ?$ ist es egal, ob $2 + 3$ oder $3 + 2$ gerechnet wird. Es sind insgesamt fünf. Für die Übersetzung einer Gleichung in eine Mengenhandlung – und umgekehrt – ist es jedoch wichtig, ob erst zwei oder erst drei da gewesen sind.

Noch größere Bedeutung erlangt die Reihenfolge der Summanden beim Lösen von Platzhalteraufgaben ($\square + 3 = 5$). Manche Erwachsene und Kinder empfinden Platzhalteraufgaben, im Vergleich zu anderen Gleichungen, als deutlich schwieriger zu lösen. Auch hier liegt die Ursache bei der mangelnden Verknüpfung von Mengen- und Zahlenebene. Wenn aber bekannt ist, dass die Gleichung $\square + 3 = 5$ beschreibt, dass zu einer Menge drei hinzugekommen sind ($+ 3$), es jetzt fünf sind ($= 5$) und sich die Frage stellt, wie viele es vorher waren, wäre die Aufgabe für viele Menschen leicht zu lösen. Kompliziert sind Platzhalteraufgaben vor allem, wenn nicht bekannt ist, dass Gleichungen Mengenhandlungen beschreiben können.

Noch deutlicher wird dieser Zusammenhang, sobald bei Platzhalteraufgaben größere Zahlen im Spiel sind. Es braucht kein Auswendiglernen von Rechenregeln, wenn bekannt ist, dass bei $? + 234 = 534$ zu einer unbekanntem Menge 234 hinzugefügt wurden und es dann insgesamt 534 sind. Wer die Mengenhandlung zu dieser Gleichung beschreiben kann, für den ist es weniger schwer zu erkennen, dass die Anfangsmenge gefunden werden kann, indem 234 wieder von 534 weggenommen werden.

Beispiel Platzhalteraufgaben: Zusammenhang von Addition und Subtraktion

$$300 + 234 = 534 \quad \text{denn} \quad 534 - 234 = 300$$

Bezüglich der Subtraktion sollten die unterschiedlichen Funktionen des Minuenden (der links vom Minuszeichen stehenden Zahl, die die Ausgangsmenge oder Gesamtmenge beschreibt) und des Subtrahenden (der rechts vom Minuszeichen stehenden Zahl, die die entnommene Teilmenge beschreibt) sicher erfasst worden sein. Wenn Teilnehmer/-innen bei der Gleichung $3 - 5 = \underline{\quad}$ kein Problem¹ auffällt, liegt das nicht daran, dass

¹ Die Gleichung $3 - 5 = \underline{\quad}$ ist lösbar, jedoch soll tendenziell in Stufe 1 im Bereich der positiven Zahlen verblieben werden. Trotzdem kann die Kursleitung mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmern diskutieren, dass Aufgaben, bei denen der Minuend kleiner ist als der Subtrahend, lösbar sind. Sie sollten sich nicht dazu hinreißen lassen, ein n. l. (nicht lösbar) als Lösung zu notieren. Man kann sagen, dass die Aufgabe im Bereich der natürlichen Zahlen nicht lösbar ist. Für einige Teilnehmer/-innen kann es aber nur schwerlich durchschaubar sein, warum und an welchen Stellen und aus welchen Gründen manchmal ein „nicht lösbar“ erscheint, wenn es offenbar eine Lösung gibt.

DIDAKTISCHE EINFÜHRUNG

sie nicht wissen, dass fünf mehr sind als drei. Das fehlende Problembewusstsein kann einen Hinweis darauf geben, dass der Aufbau einer Subtraktionsgleichung nicht vollends verstanden ist. Die Bedeutung und Rolle des Minuenden und des Subtrahenden müssen exakt herausgearbeitet werden, bevor thematisch weitergearbeitet werden kann.

Ein weiterer Fehlschluss kann sein, dass die Gesamtmenge bei der Addition *immer hinten* und bei der Subtraktion *immer vorne* steht. Dieser Fehlschluss sollte, wenn bei einer Teilnehmerin oder einem Teilnehmer so vorhanden, besprochen werden.

Beispiele:

Die Gesamtmenge steht bei der Addition *nicht immer hinten* und bei der Subtraktion *nicht immer vorne*.

$$5 = 3 + 2$$

$$2 + 3 = 6 - 1$$

$$4 = 6 - 2$$

Wichtig ist es, bei den Teilnehmerinnen und Teilnehmern ein übertragbares Wissen um Mengenhandlungen bei Addition und Subtraktion zu schaffen, sodass sie erkennen können, welche die Gesamt- und welche die Teilmengen sind.

Das Wissen um das korrekte Vertauschen der Glieder in Additions- und Subtraktionsgleichungen sollte so sicher sein, dass die Teilnehmer/-innen nicht glauben, dass alle Zahlen beliebig vertauscht werden können. Beim Vertauschen von Zahlen in Gleichungen muss immer das Operationszeichen (Rechenzeichen) mitgedacht werden.

Beispiele für das Vertauschen von Zahlen und deren Vorzeichen in Additions- und Subtraktionsgleichungen:

$$(+)5 +6 -3 \neq (+)5 +3 -6$$

Richtig wäre z. B.

$$(+)5 +6 -3 = (+)6 +5 -3$$

$$(+)5 +6 -3 = (+)6 -3 +5$$

III An welche Themenbereiche knüpft dieses Unterrichtskonzept direkt an?

Um Veränderungen bei Zahlen und Mengen in Gleichungen überführen zu können, muss bei den Teilnehmerinnen und Teilnehmern der kardinale Zahlbegriff vorhanden sein. Das heißt, es sollte bekannt sein, dass Zahlen die Anzahl einer Menge angeben können.

IV Wo finden sich didaktische Erläuterungen?

- Meyerhöfer, Wolfram; Hartmann, Christian; Jahnke, Thomas; Wollring, Bernd (2017): DWV-Rahmen-curriculum Rechnen. Erarbeitet im Auftrag des Deutschen Volkshochschul-Verbandes e. V. Bonn
> Stufe 1 – Bedeutung der Symbolisierung, S. 25 f.
> Stufe 1 – Was ist Addieren? Was ist Subtrahieren? Wie hängen sie zusammen?, S. 26 ff.
www.grundbildung.de/unterricht

V Welche Materialien werden benötigt?

Für die folgenden vier Unterrichtssequenzen werden für je zwei Kursteilnehmer/-innen zehn Gegenstände (beispielsweise Stifte, Kreide, Büroklammern, Besteck, Geschirr, Flaschen, Schirme o. Ä.) benötigt.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/Teile	Dezimalsystem	

Schlagwörter: Addition • Das Ganze • Die Teile • Gleichungen • Kursgespräch • Mengen • Zahlen bis 30

3.1 Addition

Exploration

Mit dem folgenden Gespräch und der sich anschließenden Partnerübung soll bei den Teilnehmerinnen und Teilnehmern das Operationsverständnis der Addition gefördert werden. Es soll erarbeitet werden, dass bei der Addition entweder eine Menge zu einer anderen Menge hinzukommt oder dass zwei Mengen zusammengeschoben (bzw. zusammengedacht) werden können. Aus mindestens zwei Teilmengen wird eine Gesamtmenge gebildet. Dieses mengenhafte und dynamische Operationsverständnis ist Grundlage dafür, dass die Teilnehmer/-innen Gleichungen verstehen können. Wenn sie wissen, was Gleichungen und die dazugehörigen Operationszeichen eigentlich beschreiben, können sie Rechenaufgaben verständlich lösen. Das Kursgespräch Mengenhandlung Addition soll einerseits eine Anleitung für die nachfolgenden Aufgaben (s. Abschnitt 3.1.2) darstellen, andererseits aber auch erste Erkenntnisse bezüglich der Operationslogik hervorbringen.

Zu den wesentlichen Erkenntnissen gehört, dass das Pluszeichen immer bedeutet, dass entweder zur davorstehenden Menge eine andere Menge hinzukommt und dass diese Mengen zu einer Gesamtmenge vereint werden oder dass zwei Mengen zu einer Gesamtmenge vereint werden.

Während der sich anschließenden Partnerübung haben die Teilnehmer/-innen dann die Möglichkeit, dieses theoretische Wissen aus dem Kursgespräch zu erproben und eventuell aufkommende Fragen zu klären. Bei den Aufgaben werden die Teilnehmer/-innen Gelegenheit erhalten, selbstständig Mengenhandlungen in Gleichungen zu übersetzen und umgekehrt.

3.1.1 Kursgespräch Mengenhandlung Addition

Durchführung und didaktische Hinweise

Die Kursleitung fordert die Teilnehmer/-innen dazu auf, genau zu beobachten, was er/sie gleich mache. Anschließend sollen die Kursteilnehmer/-innen die Handlung beschreiben. Jetzt vollzieht die Kursleitung eine additive Mengenhandlung. Es könnten beispielsweise zu drei Stiften, die sich bereits auf dem Tisch befinden, noch zwei Stifte hinzugelegt werden.¹ Eine Variation der Mengenhandlung ist: Die Kursleitung bittet einige Teilnehmer/-innen, sich zu anderen Teilnehmerinnen und Teilnehmern dazuzusetzen.

Es ist gut, eine Situation zu wählen, bei der sich die Summanden unterscheiden. So können die verschiedenen Funktionen des ersten und zweiten Summanden später leichter herausgearbeitet werden. Der Fokus dieser Aufgabe liegt auf der Handlung und nicht auf der Ergebnisfindung. Viele Teilnehmer/-innen werden es gewohnt sein, nur das Ergebnis zu benennen. Um in jeder Situation verständlich rechnen zu können, kommt es aber darauf an, benennen zu können, welche Ausgangsmengen vorliegen, welche Handlung mit diesen Mengen vollzogen und welche Frage gestellt wird.

Nachdem die Kursleitung eine Mengenhandlung vor den Teilnehmerinnen und Teilnehmern vollzogen hat, werden die Teilnehmer/-innen dazu aufgefordert zu beschreiben, was die Kursleitung gerade getan hat. Sollte eine Teilnehmerin oder ein Teilnehmer bereits vorgehen und äußern, dass es sich hier um *Plus* bzw. *Addition* handelt oder bereits äußern, um welche Gleichung es sich genau handelt, sollte die Kursleitung diese Idee aufgreifen und die anderen Teilnehmer/-innen fragen, woran die andere Teilnehmerin oder der andere Teilnehmer das erkannt haben könnte.

¹ Die Kursleitung achtet darauf, dass sie wirklich die gemeinte Mengenhandlung vorspielt: Wenn zwei Stifte nacheinander zu drei Stiften gelegt werden, dann wird die Aufgabe $3 + 1 + 1$ dargestellt, nicht aber die Aufgabe $3 + 2$, welche mit einer Zweiermenge – nicht mit zwei Einermengen – arbeitet. Genau an solchen unscharfen Stellen entfalten sich die Irritationen der Teilnehmer/-innen.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen			Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/Teile	

Woher wusste Herr/Frau ..., dass es eine Plusaufgabe ist?

Anschließend können mit den TeilnehmerInnen und Teilnehmern trotzdem die unter Punkt 2 der Kurzanleitung genannten Fragen besprochen werden (abgedruckt am Ende dieser Unterrichtssequenz).

Das Gleichheitszeichen kann, aber muss an dieser Stelle des Kurses noch nicht thematisiert werden. Wenn der Gehalt des Gleichheitszeichens Thema wird, ist es wichtig, dass es nicht nur ein Ergebniszeichen ist, sondern genau das bezeichnet, was wortwörtlich abgebildet ist: ist gleich. Damit ist gemeint: Das auf der linken Seite ist mathematisch gleich dem auf der rechten Seite. Konkreter: Der auf der linken Seite versammelte Zahlenwert ist gleich dem auf der rechten Seite versammelten Zahlenwert. Konkret umgemünzt für unsere Situation: Es wird die Menge gesucht, die gleich viel ist wie die aus der Handlung entstandene Menge.

Beispiel zur Versprachlichung einer additiven Mengenhandlung

$2 + 3$	=	?
„Wenn zu einer Zweiermenge drei hinzu kommen,“	„sind es gleich viel wie ...“	„fünf.“

Wenn nun detaillierter über Gleichungen gesprochen werden soll, benötigen die Kursteilnehmer/-innen zur Kommunikation auch die Bezeichnungen der Glieder einer Additions Gleichung. Die Kursleitung bespricht dazu folgendes Tafelbild mit den TeilnehmerInnen und Teilnehmern. Das Tafelbild sollte anschließend für die darauf folgenden Unterrichtssequenzen gut sichtbar im Raum platziert werden. Ziel ist es, sich mithilfe der Begrifflichkeiten ohne Missverständnisse über Gleichungen austauschen zu können. Die Teilnehmer/-innen müssen die Begriffe nicht auswendig lernen, denn sie haben keine Praxisrelevanz.

Die Begrifflichkeiten einer Additions Gleichung

5	+	3	=	8
Summand	+	Summand	=	Summe

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/Teile	Dezimalsystem	

Kurzanleitung

1. Mengenhandlung vorspielen
2. Teilnehmer/-innen beschreiben lassen, was die Kursleitung gerade getan hat. Folgende Fragen sollen den Erkenntnisprozess fördern:

*Was habe ich als Erstes/Zweites/danach getan?
 Hat das etwas mit Mathematik zu tun? Was hat das mit Mathematik zu tun?
 Was war an dieser Handlung Mathematik/mathematisch?
 Welche Menge ist zuerst da gewesen?
 Welche Menge ist hinzugekommen?
 Wie viele waren es dann?
 Wie viele sind es zum Schluss gewesen?*

3. Nun wird die Mengenhandlung in eine Gleichung überführt. Dabei helfen folgende Fragen:

*Wie kann man das, was Sie eben beschrieben haben, kurz aufschreiben?
 Gibt es eine Möglichkeit, diesen Vorgang noch kürzer aufzuschreiben?
 Kennen Sie Zeichen und Symbole, die das Gleiche bedeuten/aussagen?*

Am Ende der Aufgabe sollte eine Gleichung stehen, die genau das beschreibt, was die Kursleitung zu Beginn der Stunde vorgespielt hat.

Abbildung 3.1-1: Kurzanleitung für das Kursgespräch zur Addition

Bestehen noch sehr große Unsicherheiten im Kurs, kann die Kursleitung oder aber auch ein/-e Kursteilnehmer/-in weitere Mengenhandlungen vorspielen. Dabei sollten immer wieder verschiedene Gegenstände genutzt werden, weil so deutlich wird, dass Zahlen verschiedenste Mengen repräsentieren können. Das Thema Oberbegriffe kann an diesem Punkt auch wieder auftauchen. Wenn sich die Kursleitung beispielsweise zu zwei Taschen setzt. Dann sind es zusammen drei ...?

Rückschau

Die Teilnehmer/-innen sollten Folgendes verstanden haben:

Gleichungen können in Mengenhandlungen übersetzt werden (und umgekehrt).

- Für eine Addition braucht es mindestens zwei Teilmengen.
- Entweder gibt der erste Summand die Menge an, zu der eine zweite Menge (2. Summand) hinzukommt oder beide Summanden geben die Mengen an, die zusammengefügt oder auch nur zusammengedacht werden.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen			Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	

3.1.2 Partnerübung Mengenhandlung Addition

Exploration

Die folgenden Aufgaben dienen dazu, alle Teilnehmer/-innen Sicherheit darin gewinnen zu lassen, Mengenhandlungen in Gleichungen zu überführen und umgekehrt. Dazu erhalten die Teilnehmer/-innen kopierte Karten mit verschiedenen Additionsgleichungen. Diese werden die Teilnehmer/-innen in eine Mengenhandlung übersetzen und sich gegenseitig vorspielen. Durch das Erkennen von Zusammenhängen zwischen Gleichung und Mengenhandlung sollen Gleichungen für die Teilnehmer/-innen keine unlösbaren und unverständlichen Ansammlungen von Zeichen und Ziffern mehr sein. Mengenhandlungen sollen in einer abstrakten Form – der Gleichung – notiert werden. Dabei soll sich der Mehrwert durch die Nutzung von Gleichungen bzw. Rechenaufgaben für die Teilnehmer/-innen erschließen.


Die Kursleitung hat während der Durchführung die Möglichkeit, herauszufinden, ob wirklich alle Teilnehmer/-innen das theoretische Wissen aus dem Kursgespräch aufgenommen haben und sicher im Überführen von Mengenhandlungen in Gleichungen und umgekehrt sind.

Durchführung und didaktische Hinweise

Vier wichtige Aspekte sollen im Rahmen der auf der nachfolgenden Seite genau beschriebenen Aufgaben herausgearbeitet werden:

- Diejenigen Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die eine Aufgabe vorspielen, erhalten dazu eine Gleichung. Sie müssen, um eine Handlung vorspielen zu können, eine vorgegebene Gleichung in eine Mengenhandlung überführen.
Gleichung → Mengenhandlung
Der/Die Partner/-in erbringt die entgegengesetzte Denkleistung und übersetzt die Mengenhandlung in eine Gleichung.
Mengenhandlung → Gleichung
Dieser doppelte Blick auf Mengenhandlungen und Gleichungen vertieft das Verständnis für die Operationslogik weiter.
- Zwei der vorgegebenen Gleichungen enthalten eine Null. Bei diesen Aufgaben wird erstmals die Rolle der Null in Gleichungen thematisiert. Die Kursleitung beobachtet, wie die Teilnehmer/-innen Mengenhandlungen vorspielen, bei denen entweder zu einer Menge nichts hinzukommt oder zu einer leeren Menge eine andere Menge hinzugefügt wird.
- Einige Gleichungen enthalten einen Tausch der Summanden. Bei der Beschäftigung mit der Dynamik einer Rechenoperation ist es wesentlich, welche Menge zuerst da gewesen ist (1. Summand) und welche Menge zu dieser Anfangsmenge hinzukommt (2. Summand). Wird die Mengenhandlung in der Art, dass zwei Mengen gleichwertig zusammengeführt werden, vorgespielt, unterscheidet sich die Rolle des ersten Summanden nicht von der Rolle des zweiten Summanden. In beiden Fällen wird deutlich, dass die Summe bei identischen Summanden gleich bleibt.
- Abwechslung kann durch einen Tausch der Partner nach jeder Gleichung oder dadurch erreicht werden, dass andere Materialien zum Vorspielen der Mengenhandlung verwendet werden. Es ist wichtig, dass die Teilnehmer/-innen viele Mengenhandlungen vorspielen und in Gleichungen übersetzen. Die Erfahrung hat gezeigt, dass nach dem korrekten Vorspielen von zwei oder drei Gleichungen plötzlich auch noch grundlegende Fehlannahmen bei einer Teilnehmerin oder einem Teilnehmer zutage treten können. Alle Gleichungen auf der Kopiervorlage enthalten unterschiedliche Aspekte, die erst nacheinander in verschiedenen Gleichungen thematisiert werden können und sollten.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/Teile	Dezimalsystem	

Die Kursleitung fertigt für jede Gruppe à zwei Teilnehmer/-innen eine Kopie der  **Kopiervorlage 1** an und schneidet die abgebildeten Karten aus.

KOPIERVORLAGE 1

Die Karten sollten zu Beginn verdeckt vor den Teilnehmerinnen und Teilnehmern abgelegt werden. Nun nimmt eine Teilnehmerin oder ein Teilnehmer verdeckt einen Gleichungszettel, ohne dass der/die Partner/-in diesen lesen kann. Der/Die Teilnehmer/-in mit Zettel überlegt sich eine passende Mengenhandlung und spielt diese dem/der Partner/-in vor. Ziel ist es, dass der/die Partner/-in herausfindet, welche Gleichung zur vorgespielten Mengenhandlung passt. Die Kursleitung kann die Teilnehmer/-innen dazu anhalten, nach jeder Gleichung andere Materialien zu verwenden. Mögliche Materialien für die Handlung wären: Stifte, Flaschen, Büroklammern, Taschentücher, Steckwürfel, Besteck, Mobiltelefone, Kreide oder Tafelstifte. Vielleicht verlost die Kursleitung auch einen Schokoriegel für die schönste, lustigste oder kreativste Mengenhandlung. Die Nutzung diverser Materialien wird interessante Fragen bezüglich der Oberbegriffsbildung aufwerfen. Die Teilnehmer/-innen werden überlegen, ob sie zum Vorspielen einer Gleichung auch unterschiedliche Dinge zusammenrechnen können, z. B. ein Telefon und einen Bleistift.

Als Zwischenschritt sollten die Teilnehmer/-innen, die sich die Handlung angeschaut haben, immer zuerst die soeben vorgespielte Handlung beschreiben. Dadurch erhöht sich die Konzentration und die Teilnehmer/-innen können länger und intensiver über den Inhalt der vorgespielten Mengenhandlung nachdenken. Es sollte erzählt werden, welche Mengen eine Rolle spielten, was mit diesen Mengen passierte und welche Situation nach der Mengenhandlung vorliegt. Erst dann sollte gesagt werden, um welche Gleichung es sich handelt.

Beispiel für die Beschreibung einer Mengenhandlung:

Erst lagen 2 Büroklammern auf dem Tisch. Dann haben Sie vier und noch einmal drei Büroklammern dazugelegt. Jetzt liegen hier insgesamt neun Büroklammern.

Die Gleichung heißt $2 + 4 + 3 = 9$.

Die Kursleitung beobachtet, ob bei manchen Teilnehmerinnen und Teilnehmern interessante Fehlvorstellungen bezüglich der Operationslogik der Addition vorhanden sind. Diese können aufgegriffen und anschließend im Plenum diskutiert werden.

Eine Besonderheit kommt häufig bei Menschen, die alle Aufgaben auszählen müssen, vor: Dies kann dadurch offenbar werden, dass der/die Teilnehmer/-in alle Mengenhandlungen ausschließlich in Einerschritten vollzieht.

Ein Beispiel: Es soll die Gleichung $2 + 4 + 3 = 9$ in eine Mengenhandlung übersetzt werden. Anstatt aber zu den zwei Büroklammern erst vier und dann noch einmal drei Büroklammern zu legen, werden alle Klammern einzeln zur Zweiermenge gelegt. Dies hat zur Folge, dass der/die Partner/-in nicht weiß, welche Aufgabe vorgespielt wurde. Sollte ein/-e Teilnehmer/-in nur in Einerschritten handeln, greifen sie dies auf. Die Kursleitung könnte fragen:

Welche Gleichung passt zu dieser Handlung?

Die Gleichung, die zu einer solchen Handlung passt, lautet

$$2 + (1 + 1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1) = 9.$$

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	

KOPIERVORLAGE 1

Nach der Beschreibung der Handlung kann der/die vorspielende Teilnehmer/-in entweder zustimmen oder die **Mengenhandlung erneut vorspielen**. Wenn die Gleichung nicht korrekt erfasst wird, sollte noch nicht aufgelöst werden, um welche Gleichung es sich handelt. Oft fällt den Teilnehmerinnen und Teilnehmern an diesem Punkt bereits selbst der Fehler auf und sie korrigieren ihn. Deshalb gibt die Kursleitung allen die Chance, die Handlung – wenn nötig – auch mehrfach vorzuspielen bzw. sich vorspielen zu lassen. In den allermeisten Fällen kommen die Teilnehmer/-innen schließlich zur richtigen Lösung, ohne dass Erklärungen von außen nötig sind.

Sobald die erste Gleichung richtig benannt wurde, tauschen die Partner/-innen ihre Rollen. Nun muss der/die Teilnehmer/-in die Gleichung finden, der/die soeben die Handlung vorgespielt hat (und umgekehrt). Es wird eine neue Gleichungskarte gezogen und diese Gleichung mit einer Mengenhandlung dargestellt.

Eine Variation der Aufgabe wäre es, die Gleichungen mithilfe von Rechengeschichten zu beschreiben. Die anderen sind anschließend aufgefordert, die entsprechende Gleichung zu benennen.

Beispiele für Rechengeschichten zur Aufgabe $2 + 4 + 3 = 9$:

- Auf einer Regenrinne sitzen zwei Spatzen. Nach ein paar Minuten setzen sich noch vier Spatzen dazu. Kurz darauf kommt eine Dreiergruppe Spatzen und setzt sich auch noch auf die Regenrinne.
- Anna arbeitet viel. Erst arbeitet sie zwei Stunden an einem wichtigen Brief. Dann holt sie sich einen Kaffee und setzt sich wieder an ihren Arbeitsplatz. Dort bleibt sie auch für weitere vier Stunden sitzen. Nach einer Mittagspause arbeitet sie noch einmal drei Stunden, bevor sie nach Hause geht.
- René sucht Zahnstocher. Er findet im Schubfach zwei, im Hängeschrank vier und drei weitere Zahnstocher im Regal bei den Tassen.

Rückschau

Die Teilnehmer/-innen sollten Folgendes verstanden haben:

- Additionsgleichungen können in Mengenhandlungen und Mengenhandlungen in Additionsgleichungen überführt werden.
- Zudem sollte deutlich geworden sein, dass die Addition Veränderungen von Mengen und Zahlen beschreiben kann. Die Aufgaben, bei denen nur die Summanden vertauscht wurden, die Gesamtmenge aber gleich blieb, sind dazu geeignet, den Teilnehmerinnen und Teilnehmern den Unterschied zwischen erstem und zweitem Summanden zu verdeutlichen.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	



KOPIERVORLAGE 1 – Addition



$$4 + 3 = 7$$

$$3 + 4 = 7$$

$$3 + 0 = 3$$

$$0 + 3 = 3$$

$$2 + 4 + 3 = 9$$

$$4 + 3 + 2 = 9$$

$$1 + 1 + 2 = 4$$

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	

Schlagwörter: Das Ganze • Die Teile • Gleichungen • Kursgespräch • Mengen • Partnerübung • Subtraktion • Zahlen bis 30

3.2 Subtraktion

Exploration

Auch in der sich anschließenden Unterrichtssequenz Gespräch Mengenhandlung Subtraktion werden die Teilnehmer/-innen Gleichungen in Mengenhandlungen und umgekehrt übersetzen. Allerdings weist die Subtraktion gegenüber der Addition noch einige Besonderheiten auf. Addition und Subtraktion beschreiben unterschiedliche Mengenhandlungen. Daraus ergeben sich folgende Besonderheiten der Subtraktion im Vergleich zur Addition:

- Minuend und Subtrahend können nicht vertauscht werden.
- Bei der Subtraktion ist zu Beginn eine Menge vorhanden. Aus dieser Anfangsmenge wird ein Teil entnommen. Eine Teilmenge kann auch weggedacht werden, ohne dass sie tatsächlich der Gesamtmenge entnommen wird. Ein Beispiel wäre, wenn 10 € auf dem Tisch liegen und überlegt wird, wie viel Geld noch übrig ist, wenn gleich 3 € für den Kaffee bezahlt werden.
- Nach Abschluss der Mengenhandlung bleibt der andere Teil der Ausgangsmenge übrig.
- Es wird die Menge gesucht, die nach Entnahme der Teilmenge übrig bleibt.

Die Subtraktion zu verstehen fällt vielen Lernenden schwerer als die Addition. Ein häufiger Fehler ist, dass bei der Übersetzung einer subtraktiven Mengenhandlung in eine Gleichung die anfänglich da gewesene Menge keine Beachtung in der Gleichung findet. Dies kann sich durch diverse Fehler zeigen. Diese Fehlinterpretationen werden in dem sich an diese Exploration anschließenden Exkurs näher erläutert.

Mit dem Kursgespräch zur Subtraktion soll das dynamische Verständnis der Rechenoperation gefördert werden. Darüber hinaus dient es dazu zu erfahren, dass bei der Subtraktion im Gegensatz zur Addition aus einer Menge eine Teilmenge entnommen wird und demzufolge die andere Teilmenge übrig bleiben muss. Die Betrachtung des dynamischen Aspektes der Subtraktion vereinfacht das Lösen von Gleichungen. Nur wenn die Teilnehmer/-innen wissen, was eine Subtraktionsgleichung beschreiben kann, ist die Lösung nachvollziehbar und kann von ihnen erläutert werden.

Im Gespräch sollen die grundlegenden Erkenntnisse zur Subtraktion gewonnen werden. Diese sind:

- Der Minuend (die Zahl links vom Minuszeichen) gibt die Anfangsmenge an.
- Der Subtrahend (die Zahl rechts vom Minuszeichen) gibt an, wie viel von der Anfangsmenge – dem Minuend – weggenommen beziehungsweise weggedacht wird.
- Die Subtraktion fragt danach, wie viel nach der Entnahme einer Teilmenge übrig bleibt – fragt also nach der Differenz.
- Minuend und Subtrahend können nicht vertauscht werden, ohne dass sich die Menge, die übrig bleibt, ändert.

Bei der sich an das Kursgespräch anschließenden Partnerübung haben die Teilnehmer/-innen schließlich die Möglichkeit, das theoretische Wissen über die Subtraktion zu erproben, zu überprüfen und eventuell aufkommende Fragen zu stellen.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	

Exkurs: Ein häufig auftretender Fehler bei der Übersetzung einer Mengenhandlung in eine Subtraktionsaufgabe

Aus einer Achtermenge wird eine Fünfermenge entnommen, drei bleiben übrig. Die korrekte Gleichung lautet $8 - 5 = 3$.

Der/Die Teilnehmer/-in beobachtet diese Mengenhandlung und kommt zum Schluss, hier wurde die Gleichung $5 - 3 = ?$ vorgespielt.

Der Gedanke, dass bei $5 - 3 = ?$ zwei übrig bleiben müssten und dass diese Gleichungen deshalb nicht stimmen können, ist nicht selbstverständlich. Manchmal ist nicht klar, dass man *das Ergebnis* dann auch sehen können müsste.

Sehr oft gerät die Anfangsmenge, in diesem Falle die Acht, aus dem Blick. Es wird ausschließlich die Situation nach der Entnahme der Menge betrachtet. Im Laufe des Kursgesprächs und spätestens während der Partnerübung sollte den Teilnehmerinnen und Teilnehmern deutlich werden, dass nicht eine Situation, sondern die Handlung (dynamischer Aspekt der Subtraktion), die zu dieser Situation geführt hat, in eine Gleichung übersetzt wird. Es ist hilfreich, bei Mengenhandlungen sowohl die entnommene Menge als auch die Restmenge liegen zu lassen, denn dann ist auch die Ausgangsmenge (und somit alle drei Gleichungsglieder) noch sichtbar.

3.2.1 Kursgespräch Mengenhandlung Subtraktion

Durchführung und didaktische Hinweise

Die Kursleitung fordert die Teilnehmer/-innen dazu auf zu beobachten, was er/sie macht. Anschließend sollen die Kursteilnehmer/-innen die durchgeführte Handlung beschreiben.

Die Kursleitung vollzieht eine Mengenhandlung, die zu einer Subtraktionsgleichung passt. Beispielsweise könnten von acht Stiften, die sich bereits auf dem Tisch befinden, drei weggenommen ($8 - 3 = 5$) werden. Teilnehmer/-innen könnten gebeten werden sich umzusetzen oder es könnten Gegenstände im Raum bewegt werden. Günstig bei der Wahl der Gleichung ist, dass sich Minuend, Subtrahend und Differenz unterscheiden. Das macht das anschließende Gespräch leichter, weil nicht extra benannt werden muss, beispielsweise bei $10 - 5 = 5$, welche der Fünfen denn gerade gemeint ist. Der Fokus liegt auf der Handlung und auf der Frage, die an die Endsituation der Handlung gestellt wird (Wie viele Mengenelemente liegen nach der Entfernung der Teilmenge vor?), nicht auf der bloßen Ergebnisfindung. Wichtig ist das Sprechen über die Mengenhandlung, über Glieder und Symbole einer Subtraktionsgleichung. Die Teilnehmer/-innen sollten von der Kursleitung zum Reflektieren, Beschreiben und Übersetzen der Handlung aufgefordert werden.

Nachdem die Kursleitung eine weitere subtraktive Mengenhandlung vollzogen hat, werden die Teilnehmer/-innen erneut gebeten, die vorgeführte Handlung zu beschreiben.

Sollte ein/e Teilnehmer/-in bereits vorwegnehmen, dass es sich hier um Minus, die Subtraktion oder sogar um welche Gleichung es sich genau handelt, sollte die Kursleitung, wie auch schon bei der Addition, diese Idee aufgreifen und die anderen Teilnehmer/-innen fragen, woran der/die andere Teilnehmer/-in das erkannt haben könnte.

Woran hat Herr/Frau ... erkannt, dass es eine Minusaufgabe sein muss?

Trotz der Vorwegnahme können die unter Punkt 2 in der nachfolgenden Kurzanleitung genannten Fragen mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmern besprochen werden.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	

Auch bei der Subtraktion gilt: Wenn die Bedeutung des Gleichheitszeichens zu erläutern ist, ist es wichtig zu formulieren, dass es kein *Ergebniszeichen* ist, sondern genau das bezeichnet, wofür es wortwörtlich steht: *ist gleich*. Auf einer Seite des Gleichheitszeichens **ist** mathematisch **gleich** viel wie auf der anderen Seite. Der auf der linken Seite versammelte Zahlenwert **ist gleich** dem auf der rechten Seite versammelten Zahlenwert. Es wird die Menge gesucht, die gleich viel ist wie die aus der Handlung entstandene Menge.

Versprachlichung einer subtraktiven Mengenhandlung

$$8 - 3 = \quad ?$$

„Wenn aus einer Achtermenge eine Dreiermenge entnommen wird,“ „sind es gleich viel wie ...“ „fünf.“

Für die Kommunikation über Subtraktionsgleichungen benötigen die Kursteilnehmer/-innen die Bezeichnungen für die Teile dieser Gleichung. Sind diese Begrifflichkeiten bekannt, kann sich in den nachfolgenden Unterrichtssequenzen präziser über Subtraktionsgleichungen ausgetauscht werden.

Folgendes Tafelbild veranschaulicht den Teilnehmerinnen und Teilnehmern die Bezeichnungen der Gleichungsglieder. Für die sich direkt anschließenden Unterrichtssequenzen sollte das Tafelbild gut sichtbar im Raum platziert werden, sodass immer wieder nach den Begriffen geschaut werden kann.

Begrifflichkeiten einer Subtraktionsgleichung

5	-	3	=	2
Minuend	-	Subtrahend	=	Differenz
2	=	5	-	3
Differenz	=	Minuend	-	Subtrahend

Sollte das Wissen um die Mengenhandlung, die der Subtraktion zugrunde liegt, oder über die unterschiedliche Bedeutung und Funktion von Minuend, Subtrahend und Differenz noch nicht abgesichert und von jedem Teilnehmer und jeder Teilnehmerin verstanden sein, kann die Kursleitung oder aber auch ein/-e Kursteilnehmer/-in weitere subtraktive Mengenhandlungen vorspielen. Auch hier bietet sich die Nutzung verschiedener Gegenstände an, um einerseits den Unterricht abwechslungsreich zu gestalten und andererseits Diskussionen bezüglich der Oberbegriffsbildung zu befördern.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	

Kurzanleitung

1. Mengenhandlung vorspielen
2. Teilnehmer/-innen die Mengenhandlung beschreiben lassen. Folgende Fragen sollen den Erkenntnisprozess fördern:

*Was habe ich als Erstes/Zweites/danach getan?
 Welche Menge ist zuerst da gewesen?
 Was ist dann passiert?
 Wie groß war die Menge, die weggenommen wurde?
 Warum ist das nicht „Plus“?
 Wie viele waren dann noch übrig?
 Wie viele sind es zum Schluss gewesen?*

3. Zur Übertragung der Mengenhandlung in eine Gleichung helfen folgende Fragen:

*Wie können Sie das, was Sie eben beschrieben haben, notieren?
 Gibt es eine Möglichkeit, diesen Vorgang noch kürzer und allgemein verständlich aufzuschreiben?
 Kennen Sie Zeichen und Symbole, die das Gleiche bedeuten/aussagen?*

Am Ende der kurzen Aufgabe sollte eine Gleichung stehen, die der vorgestellten Mengenhandlung entspricht.

Abbildung 3.2-1: Kurzanleitung für das Kursgespräch zur Subtraktion

Rückschau

Die Teilnehmer/-innen sollten Folgendes verstanden haben:

- Zahlen in einer Gleichung beschreiben die Mengen, mit denen gehandelt wird,
- das Minuszeichen bedeutet, dass eine (Teil-)Menge entnommen wird,
- der Minuend steht für die am Anfang vorhandene Menge,
- der Subtrahend repräsentiert die Menge, die entnommen wird, und
- die Differenz ist jene Teilmenge, die auf der anderen Seite des Gleichheitszeichens notiert ist.

3.2.2 Partnerübung Mengenhandlung Subtraktion

Exploration

Mit den folgenden Aufgaben sollen alle Teilnehmer/-innen Sicherheit darin gewinnen, selbst subtraktive Mengenhandlungen in Gleichungen und umgekehrt Subtraktionsgleichungen in Mengenhandlungen zu überführen.

Diese Aufgaben dienen der Überprüfung, ob alle Teilnehmer/-innen das theoretische Wissen aus dem Kursgespräch, eine subtraktive Mengenhandlung in eine Gleichung zu *übersetzen*, anwenden können.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	

Durchführung und didaktische Hinweise

Bevor auf der nachfolgenden Seite das Vorgehen bei diesen Aufgaben beschrieben wird, sei noch einmal an die drei Aspekte, die bereits in der Unterrichtssequenz zur *Partnerübung Mengenhandlung Addition* (s. Abschnitt 3.1.2) erwähnt wurden, erinnert.

Bei diesen Aufgaben ist das Übersetzen der Handlung in eine Gleichung nicht die einzige Denkleistung. Jene Teilnehmer/-innen, die eine Aufgabe vorspielen sollen, erhalten dazu eine vorgegebene Gleichung. Sie müssen, um die Handlung vorspielen zu können, die genau umgekehrte Denkleistung erbringen, um die vorgegebene Gleichung in eine Mengenhandlung überführen zu können. Das Verständnis für die Operationslogik der Subtraktion wird vertieft bzw. erweitert.

Die Bedeutung der Null wird auch hier Gegenstand der Betrachtungen sein. Die Fantasie der Teilnehmer/-innen ist gefordert, um vorzuspielen, dass nichts weggenommen wird. Spannend ist auch, ob der/die Partner/-in erkennt, dass nichts weggenommen wurde. Ein Gespräch darüber, wie viel höchstens weggenommen werden kann, ist eine zusätzliche Förderung des Operationsverständnisses.

Bei zwei Gleichungen auf der Kopiervorlage ist der Minuend kleiner als der Subtrahend. Diese Gleichungen lassen sich nicht vorspielen. Oft bleibt der Versuch, eine solche Handlung vorzuspielen, lange in Erinnerung, sodass das Problem des kleineren Minuenden bei Subtraktionsaufgaben immer wieder schnell erkannt wird. Die Erkenntnis, dass sich eine Subtraktionsaufgabe mit größerem Subtrahenden nicht vorspielen lässt, ist wesentlich und lädt dabei gleich zum Gespräch über negative Zahlen und mögliche Situationen mit negativen Differenzen ein. Schulden zu machen wäre ein klassisches Beispiel dafür. Ich habe nur fünf Euro im Portemonnaie, der Kellner möchte aber acht Euro haben.

Da die Subtraktion häufig mit besonders vielen Fehlschlüssen behaftet ist, sollten möglichst alle Gleichungen aus der Kopiervorlage in Mengenhandlungen übersetzt und vorgespielt werden. Die Kursleitung sollte unbedingt Abwechslung ins Spiel bringen: Es können andere Teams gebildet werden und immer andere Gegenstände zum Vorspielen genutzt werden. Es ist nicht unüblich, dass nach dem korrekten Vorspielen von zwei oder drei Gleichungen plötzlich grundlegende Fehlannahmen zutage treten. Alle Gleichungen auf der Kopiervorlage enthalten immer unterschiedliche Aspekte der Operationslogik, die erst nacheinander in verschiedenen Gleichungen thematisiert werden können und sollten. Eine mögliche Erweiterung wäre auch, das Zeichnen von Mengenhandlungen zuzulassen. Auch anhand von Zeichnungen können Missverständnisse und Unklarheiten analysiert werden.

Jeweils zwei Teilnehmer/-innen arbeiten in einer Gruppe. Die Kursleitung fertigt für jede Gruppe eine Kopie der

 **Kopiervorlage 2** an und schneidet die einzelnen Karten aus.

KOPIERVORLAGE 2

Die Karten liegen verdeckt vor den Teilnehmerinnen und Teilnehmern. Jede/-r Teilnehmer/-in nimmt eine Karte, ohne dass die Partnerin oder der Partner diese lesen kann, und überlegt sich eine passende Mengenhandlung. Anschließend wird diese dem/der Partner/-in vorgespielt. Ziel ist es, dass der/die Partner/-in herausfindet, welche Gleichung zur vorgespielten Mengenhandlung passt. Die Kursleitung kann die Teilnehmer/-innen dazu anhalten, möglichst viele verschiedene Gegenstände zum Vorspielen zu verwenden. Mögliche Materialien für die Handlung wären: Stifte, Flaschen, Büroklammern, Taschentücher, Steckwürfel, Besteck, Mobiltelefone, Kreide oder Tafelstifte. Vielleicht belohnt die Kursleitung die kreativste Übersetzung einer Gleichung in eine Mengenhandlung.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	

KOPIERVORLAGE 2

Die Teilnehmer/-innen werden aufgefordert zu beschreiben, was soeben vorgespielt wurde, bevor sie sagen, um welche Gleichung es sich vermutlich handelt. Dieses Beschreiben der Handlung erhöht die Konzentration und die Zeitspanne zum Nachdenken über Handlung und Gleichung. Häufig fallen den Teilnehmerinnen und Teilnehmern während des Beschreibens Fehler in ihrer zuerst vermuteten Gleichung auf. Es ist ausreichend, wenn die Teilnehmer/-innen reflektieren, was mit den Mengen passiert und was sich geändert hat. Im zweiten Schritt wird ermittelt, um welche Gleichung es sich handelt.

Beispiel zur Beschreibung einer Mengehandlung:

*Erst lagen neun Büroklammern auf dem Tisch. Dann haben Sie drei und danach noch einmal zwei Büroklammern weggenommen. Jetzt sind nur noch vier Büroklammern übrig.
Die Gleichung heißt $9 - 3 - 2 = 4$.*

Nach der Beschreibung der Handlung kann der/die vorspielende Teilnehmer/-in entweder zustimmen oder die Mengehandlung erneut vorspielen lassen. Wenn die Gleichung nicht korrekt ermittelt wurde, sollte noch nicht sofort aufgelöst werden, um welche Gleichung es sich handelt. Oft werden Fehler an dieser Stelle selbst entdeckt und korrigiert. Allen Lernenden sollte unbedingt die Chance gegeben werden, die Handlung – wenn nötig – auch mehrfach vorzuspielen bzw. anzuschauen. In den allermeisten Fällen sind keine Erklärungen durch die Kursleitung nötig.

Sobald die erste Gleichung richtig benannt wurde, tauschen die Partner ihre Rollen. Nun muss jene/-r Teilnehmer/-in die Gleichung finden, der/die soeben die Handlung vorgespielt hat (und umgekehrt).

Rückschau

Die Teilnehmer/-innen sollten Folgendes verstanden haben:

- Nach der Absolvierung des Kursgespräches und der Partnerübung Mengehandlung Subtraktion sollten alle Teilnehmer/-innen sicher Subtraktionsgleichungen in Mengehandlungen und Mengenhandlungen in Subtraktionsgleichungen überführen können.
- Es sollte ihnen zudem deutlich geworden sein, dass Rechenoperationen Veränderungen von Mengen und Zahlen beschreiben können.
- Die Aufgaben, bei denen der Minuend kleiner als der Subtrahend ist, haben den Teilnehmerinnen und Teilnehmern verdeutlicht, dass es unlösbare Aufgaben bzw. Aufgaben mit negativen Differenzen geben kann.
- Auch die Erkenntnis um den Unterschied zwischen Addition und Subtraktion ist durch beide Gespräche und Aufgaben abgesichert.

Zahlbereich				Rechenoperationen						Grundlagen				Alltag
bis 30	bis 100	bis 1000	größer 1000	addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren	Brüche	Prozente	Zahlen	Mengen	Ganzes/ Teile	Dezimal- system	



KOPIERVORLAGE 2 – Subtraktion



$$4 - 3 = 1$$

$$3 - 4 = \underline{\quad}$$

$$5 - 0 = 5$$

$$5 - 5 = 0$$

$$9 - 2 - 3 = 4$$

$$9 - 3 - 2 = 4$$

$$4 - 1 - 1 - 1 - 1 = 0$$

$$1 - 5 = \underline{\quad}$$